

I) Généralités sur les formes quadratiques

1) Formes bilinéaires et formes quadratiques

- defs, unité de la forme plaine
- ↳ exemples

2) Représentation matricielle

- matrice d'une forme bilinéaire
- formule de changement de base
- ↳ rang, rang, matrice d'une forme quadratique
- q non dégénérée si $\text{Ker}(q) = \{0\}$

II) Orthogonalité

1) Généralités

- vecteurs orthogonaux
- orthogonal d'une partie
- $\dim F + \dim F^\perp = \dim E + \dim(F/\text{Ker } q)$
- $E = F \oplus F^\perp \iff q|_F$ non dégénérée
- isotropie, cône isotrope, q définie

2) Bases q -orthogonales

- def
- existence (DEV 1)
- ↳ écriture comme somme de carrés
- ↳ Gauss
- ↳ conséquence matricielle

3) Groupe orthogonal euclidien

- defs équivalentes
- c'est un groupe
- $O(E)$ euclidien
- ↳ réduction des isométries
- ↳ générateurs de $O(E)$, $SO(E)$ (DEV 2)

III) Classification des formes quadratiques

1) Cas complexe

- classification par le rang

2) Cas réel

- classification par la signature (DEV 1)

(GRIFONE)

(ROMBALDI)

(GOURDON)

(PERRIN)